RAZISKOVALNA NALOGA

Osnovna šola
LOVRENC NA POHORJU

Osnovna šola Lovrenc na Pohorju

MATEMATIKA V PETEK ZVEČER

PODROČJE MATEMATIKE

Mentorica: Petra Krivc, prof.

Avtorici: Klara Steinbacher

Liza Naima Osmanović

Lovrenc na Pohorju, 2019

Steinbacher K., Osmanović L. N. MATEMATIKA V PETEK ZVEČER,
Raziskovalna naloga, Osnovna šola Lovrenc na Pohorju, 2019.

Steinbacher K., Osmanović L. N. MATEMATIKA V PETEK ZVEČER,
Raziskovalna naloga, Osnovna šola Lovrenc na Pohorju, 2019.

MATEMATIKA V PETEK ZVEČER

RAZISKOVALNA NALOGA

Avtorici: Klara Steinbacher in Liza Naima Osmanović

ZAHVALA

Zahvaljujeva se mentorici Petri Krivc, ki nama je dala navdih in naju spremljala po poti te raziskovalne naloge. Hvala ji tudi, da naju je motivirala in spodbujala, da sva z večjim veseljem nalogo končali. Najlepša hvala tudi učiteljici Barbari Rocek Bregar za jezikovni pregled naloge.

Za vzpodbudo in skrb se najlepše zahvaljujeva staršem.

POVZETEK

Z raziskovalno nalogo sva želeli prikazati uporabo kompleksnejših teles pri osnovnošolskem spoznavanju snovi. Našli sva več vrst teles, kot so na primer: Platonova in arhimedska telesa. Mreža teles je sestavljena iz vzorcev, ki združeni, ob izpolnjevanju pogojev zaprtega telesa, predstavljajo površino telesa.

V eksperimentalnem delu sva predstavili tri arhimedska telesa, sestavo njihovih mrež iz različnih večkotnikov, predstavitev ponavljajočih se vzorcev in izračun površin. Vsako telo sva najprej sestavili z zbirko Polydron Frameworks. Po sestavljanju sva vzeli šeleshamer in narisali večkotnike z načrtovanjem – z uporabo šestila in geotrikotnika ter jih sestavili v telo. Tako sva lahko prikazali površino telesa, kar pri geometrijskem kompletu ni bilo dobro vidno.

Uporabo teles sva prikazali v sedmem, osmem in devetem razredu, pri geometrijskih vsebinah.

Vsebina

KAZALO SLIK

KAZALO TABEL

1 UVOD

Matematiko se moramo učiti sproti, a je to učenje, ki poteka vedno na enak način: »Vzemi zvezek, knjigo, peresnico in rešuj naloge!« To je vendar dolgočasno! Začeli sva raziskovati, kako bi se učili oz. utrjevali snov na zabavnejši način. Tako sva dobili idejo, da bi na to temo naredili raziskovalno nalogo.

Poiskali sva različna telesa in jih pregledali, kako bi jih lahko vključili v utrjevanje snovi, ki jo v sedmem razredu spoznavamo. Vprašali sva se, ali bova lahko ta telesa uporabili tudi v osmem in devetem razredu, in sicer pri geometriji. Izbrali sva si uporabo zahtevnejših geometrijskih teles pri matematiki. Poiskali sva snov v posameznih razredih, ki jo lahko ponoviva na izbranih arhimedskih telesih.

V raziskovalni nalogi sva pokazali, kako sva:

- uporabili načrtovanje pravilnih večkotnikov;
- uporabili računanje ploščine pravilnih večkotnikov;
- uporabili računanje površine teles;
- uporabili preslikave.

Prikazali sva telesa in njihove mreže ter enačbe. Arhimedska telesa so sestavljena iz dveh ali več pravilnih večkotnikov, ki se stikajo v istem oglišču. Telesa in mreže sva tudi izdelali.

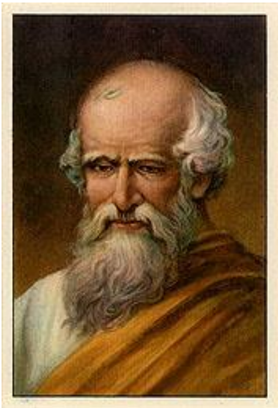
2 TEORETIČNI DEL

2. 1 ARHIMED

Arhimed je bil starogrški matematik, fizik, inženir, izumitelj, mehanik in astronom. Čeprav o njegovem življenju ne vemo veliko, velja za največjega matematika antike in enega od največjih vseh časov. Rodil se je okoli leta 287 p. n. št. v Sirakuzah na Siciliji v Italiji. Umrl je okoli 212 p. n. št. Arhimed se je poleg matematike zanimal tudi za glasbo, poezijo in astronomijo.

Bil je prvi, ki je zapisal nekatere znane formule, ki jih uporabljamo še danes. Najbolj znani formuli sta za obseg kroga $o=2\cdot\pi\cdot r$ in ploščino kroga $p=\pi\cdot r^2$. Arhimed je zapisal formulo za izračun prostornine nepravilnih teles. (Arhimed, b.d.)

Slika 1: Arhimed



Vir: (Archimedes, b.d.)

2.2 OPIS TELES

2.2.1 ARHIMEDSKO TELO

Arhimedska telesa so sestavljana iz dveh ali več vrst pravilnih večkotnikov. Večkotniki se srečajo v istem oglišču. (Arhimedsko telo, b.d.)

Polpravilna telesa imajo za mejne ploskve različne pravilne večkotnike. Zaradi zapisanih zgodovinskih opomb glede matematičnih odkritij v zbirki Synagoge, Papusa iz Aleksandrije, lahko pripisujemo odkritje teh teles Arhimedu. Imena trinajstim arhimedskim telesom pa je dal Kepler. (Verdnik, 2013)

2.2.2 PLATONOVO TELO

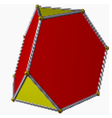
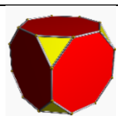
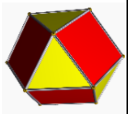
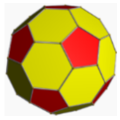
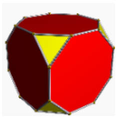
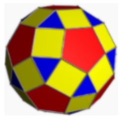
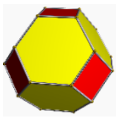
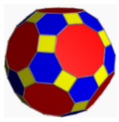
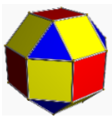
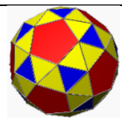
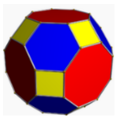
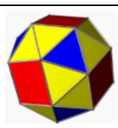
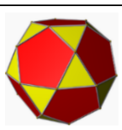
Platonovo telo je telo, katerega stranske ploskve so med seboj skladni pravilni večkotniki. V vsakem oglišču se stika isto število stranskih ploskev.

Razlika med Platonovimi in arhimedskimi telesi je, da so Platonova telesa sestavljena iz enakih pravilnih večkotnikov, arhimedska telesa pa sestavljajo dva ali več različnih pravilnih večkotnikov. (Platonovo telo, b.d.)

2.2.4 DELITEV ARHIMEDSKIH TELES

V tabeli spodaj je prikazanih 13 arhimedskih teles.

Tabela 1: Arhimedska telesa

prisekani četverec prisekani tetraeder		4 trikotniki 4 6-kotniki	prisekani dvanajsterec prisekani dodekaeder		20 trikotnikov 12 10-kotnikov
kockin osmerec kubooktaeder (rombitetraeder)		8 trikotnikov 6 kvadratov	prisekani dvajseterec prisekani ikozaeder		12 5-kotnikov 20 6-kotnikov
prisekana kocka (prisekani heksaeder)		8 trikotnikov 6 8-kotnikov	okrnjeni dvanajsetērčev dvanajsterec rombiikozidodekaeder		20 trikotnikov 30 kvadratov 12 5-kotnikov
prisekani osmerec prisekani oktaeder (prisekani tetratetraeder)		6 kvadratov 8 6-kotnikov	prisekani dvajseterčev dvanajsterec prisekani ikozidodekaeder		30 kvadratov 20 6-kotnikov 12 10-kotnikov
okrnjen kockin osmerec rombikubooktaeder		8 trikotnikov 18 kvadratov	prirezani dodekaeder		80 trikotnikov 12 petkotnikov
prirezan kockin osmerec (prirezani heksaeder) (prirezani kubooktaeder)		12 kvadratov 8 6-kotnikov 6 8-kotnikov	Vir: (Arhimedsko telo, b.d.) (Svetlin, 2012)		
prirezana kocka ikozidodekaeder		32 trikotnikov 6 kvadratov			
dvanajsterčev dvanajsterec prisekani dodekaeder		20 trikotnikov 12 5-kotnikov			

2.3 OPIS MATEMATIČNIH POJMOV

2.3.1 PLOŠČINA

V geometriji je to mera za velikost ploskve geometrijskega lika. Pove nam, koliko ploščinskih enot potrebujemo, da dani lik popolnoma prekrijemo. (Površina, b.d.)

2.3.2 POVRŠINA

Površina je v geometriji merilo za velikost vseh ploskev, ki omejujejo telo. Označimo jo z veliko črko P. V slovenski matematiki smo dolgo kot oznako za površino uporabljali veliko črko P (začetna črka besede ploščina), v novejšem času pa se uveljavlja tudi velika črka *S* (začetna črka latinske besede superficium). V tujih jezikih pogosto uporabljajo tudi oznako *A* (začetna črka latinske besede area). Midve bova v raziskovalni nalogi uporabili oznako P.

V slovenščini uporabljamo izraz ploščina za like (2D), izraz površina pa za telesa (3D). V nekaterih tujih jezikih pa uporabljajo za oba pojma isto besedo.

(Površina, b.d.)

2.3.3 PITAGOROV IZREK

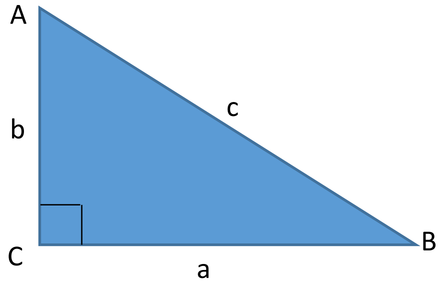
Pitagorov izrek nam pove, da je vsota ploščin kvadratov nad katetama enaka ploščini kvadrata nad hipotenuzo:

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (1),$$

pri čemer sta a in b dolžini katet, c pa dolžina hipotenuze pravokotnega trikotnika (slika 2).

(Hriberšek, Vatovec, Bajramović, Mendar, 2018)

Slika 2: Pravokotni trikotnik - Pitagorov izrek



Vir: osebni arhiv

2.3.4 KVADRATNI KOREN ŠTEVILA 3

Med raziskovanjem sva prvič »naleteli« na izraz $\sqrt{3}$. S tem zapisom se še nisva srečali, zato sva šli raziskat, kaj to pomeni. Kvadratni koren števila 3 je pozitivno realno število, ki pomnoženo samo s seboj, da naravno število 3. Označuje se: $\sqrt{3}$.

(Hriberšek, Vatovec, Bajramović, Mendar, 2018)

2.3.5 PRESLIKAVE

Preslikava je predpis, ki pove, kako iz originala nastane slika.

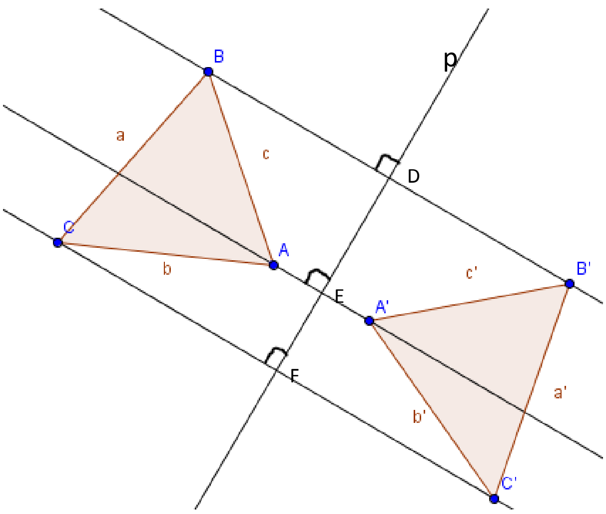
Vrste preslikav:

- vzporedni premik (orientacija se ohrani);
- vrtež ali zasuk (vrtenje okoli mirujoče točke);
- zrcaljenje čez premico (preslikava originala čez premico);
- zrcaljenje čez točko (preslikava originala čez točko).
  (Željko, Verbinc, Vatovec, Štefančič, Rugelj, Kerin, 2017)

2.3.5.1 ZRCALJENJE ČEZ PREMICO

Pri zrcaljenju čez premico (slika 3) se točka A preslika v točko A', tako da na os zrcaljenja narišemo pravokotnico. Presek osi in pravokotnico označimo s točko, na primer D(E, F). S šestilom odmerimo dolžino AD in nanesemo na drugo stran. Velja d(BD) = d(DB').

Slika 3: Zrcaljenje čez premico



Vir: osebni arhiv

Matematični zapis zrcaljenja: Z_p: $\Delta ABC \rightarrow \Delta A'B'C'$

Lastnosti zrcaljenja čez premico:

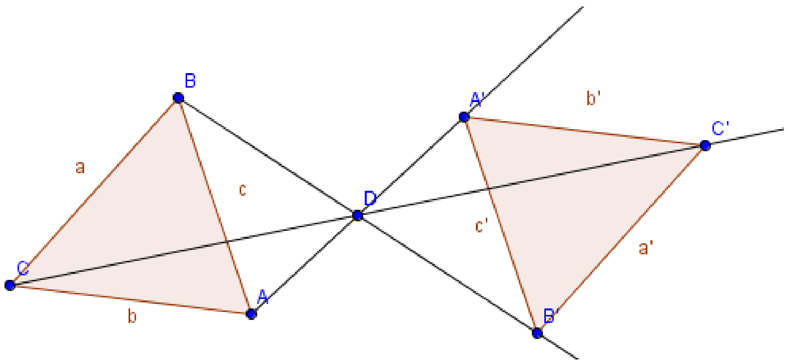
- točko preslika v točko,
- premico preslika v premico,
- daljico preslika v skladno daljico,
- kot preslika v skladen kot,
- lik preslika v skladen lik,
- spremeni orientacijo lika.

(Željko, Verbinc, Vatovec, Štefančič, Rugelj, Kerin, 2017)

2.3.5.2 ZRCALJENJA ČEZ TOČKO

Pri zrcaljenju čez točko D (slika 4) se točka A preslika v točko A', tako da narišemo poltrak AD, s šestilom odmerimo dolžino AD in jo narišemo na drugi del poltraka. Dobimo A'. Velja: d(AD) = d(DA')

Slika 4: Zrcaljenje čez točko



Vir: osebni arhiv

Lastnosti zrcaljenja čez točko:

- točko preslika v točko,
- premico preslika v premico,
- daljico preslika v skladno daljico,
- kot preslika v skladen kot,
- lik preslika v skladen lik,
- ohrani orientacijo.

Matematični zapis: Z_D: $\Delta ABC \rightarrow \Delta A'B'C'$

(Željko, Verbinc, Vatovec, Štefančič, Rugelj, Kerin, 2017)

2.3.6 PRAVILNI VEČKOTNIKI

Večkotnik ima vse stranice enako dolge in vse notranje kote enako velike.

2.3.6.1 Ploščina pravilnega večkotnika

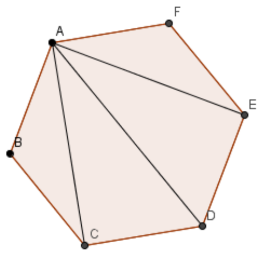
Ploščino pravilnega n-kotnika izračunamo tako, da večkotnik razdelimo na n enakokrakih trikotnikov, izračunamo ploščino enega trikotnika in pomnožimo z n, kolikor jih je v n-kotniku:

$$p = n \cdot p_{\Delta} \qquad (2)$$

(Hriberšek, Vatovec, Bajramović, Mendar, 2018)

2.3.6.2 Vsota notranjih kotov

Slika 5: Delitev večkotnika na trikotnike



Notranje kote v pravilnem večkotniku izračunamo:

$$\alpha = (n-2) \cdot 180°, \qquad (3)$$

pri čemer je *n* število oglišč.

(Hriberšek, Vatovec, Bajramović, Mendar, 2018)

2. 4 UČNI NAČRT

Pregledali sva učni načrt za tretjo triado in poiskali cilje, ki jih bova s tem raziskovanjem utrdili.

2. 4. 1 UČNI NAČRT ZA 7. RAZRED

V sedmem razredu lahko arhimedska telesa uporabimo pri ponavljanju in utrjevanju naslednjih ciljev:

- označijo oglišča danega lika v zahtevani orientaciji,
- poznajo in uporabljajo višino pri načrtovanju trikotnika,

- računajo ploščino trikotnika z uporabo obrazcev in to povežejo s pretvarjanjem merskih enot,
- s preoblikovanjem lika uporabljajo pojem ploščinska enakost likov,
- poznajo transformacije (zrcaljenje, premik, vrtež) in njihove lastnosti,
- zrcalijo točko, premico, daljico, kot, lik čez izbrano premico oziroma čez točko,
- opišejo lastnosti zrcaljenja in ga simbolično zapišejo,
- oblikujejo vzorce z vrteži in z zrcaljenjem.

(Učni načrt, 2011)

2. 4. 2 UČNI NAČRT ZA 8. RAZRED

V osmem razredu lahko arhimedska telesa uporabimo pri ponavljanju in utrjevanju naslednjih ciljev:

- opišejo večkotnik in ga označijo (oglišča, stranice, kote, diagonale),
- poznajo vsoto notranjih in zunanjih kotov večkotnika,
- usvojijo pojem pravilni večkotnik,
- poznajo in uporabljajo strategije načrtovanja večkotnikov,
- uporabljajo strategije za računanje obsega in ploščine večkotnika (npr. uporaba obrazca, merjenje, preoblikovanje na znane like),
- poznajo Pitagorov izrek in ga uporabljajo pri računanju neznane dolžine stranice v pravokotnem trikotniku.

(Učni načrt, 2011)

2. 4. 3 UČNI NAČRT ZA 9. RAZRED

V devetem razredu lahko arhimedska telesa uporabimo pri ponavljanju in utrjevanju naslednjih ciljev:

- izdelajo modele teles in narišejo njihove mreže,
- uporabljajo Pitagorov izrek pri reševanju nalog o telesih.

(Učni načrt, 2011)

3. EMPIRIČNI DEL

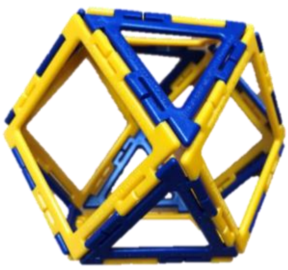
Po pregledu vseh arhimedskih teles sva izbrali tri, pri katerih bova pokazali, kako jih lahko uporabimo v razredu in s tem vzpodbudiva zahtevnejše razmišljanje učencev med zabavnim raziskovanjem.

Vsako telo bova opisali tako, da se bo videlo, kako ga uporabiti v sedmem, osmem ali devetem razredu.

3. 1 KUBOOKTAEDER

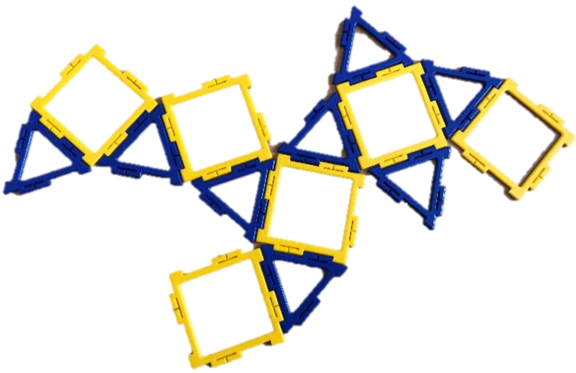
Telo (slika 5) je sestavljeno iz kvadratov in enakostraničnih trikotnikov. Sestavljanja telesa sva se lotili z zbirko Polydron Frameworks po začrtani mreži (slika 6), ki sva jo našli na spletu. Iz mreže sva ugotovili, da ne moreva sestaviti vzorca, ki se ponavlja, zato sva mrežo preoblikovali (slika 7) tako, da sva dobili dva vzorca, ki se zavrtita tako, da se zložita v kubooktaeder.

Slika 6: Kubooktaeder



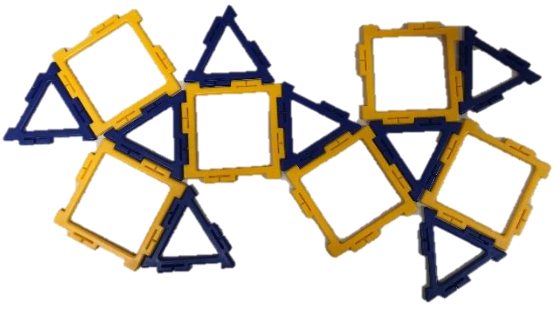
Vir: osebni arhiv

Slika 7: Telo razstavljeno v mrežo



Vir: osebni arhiv

Slika 8: Preoblikvana mreža

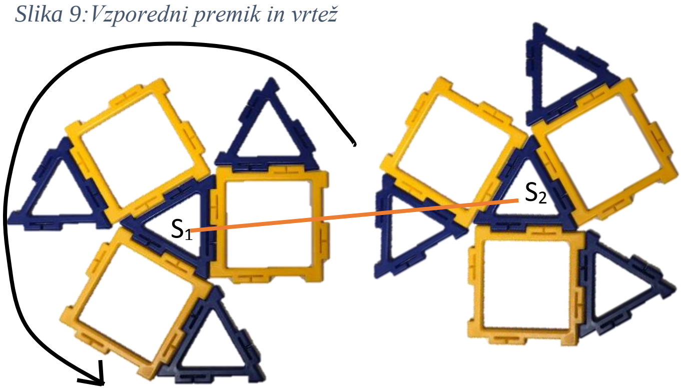


Vir: osebni arhiv

3. 1. 1 VZORČKI

Mrežo sva razstavili v dva vzorca. Pri osnovnem vzorcu moramo uporabiti vrtež (slika 8), da lahko dobimo drugi vzorec, ki ju nato sestavimo. En vzorec je sestavljen iz treh kvadratov in štirih enakostraničnih trikotnikov. Da sva vzorec poudarili, sva uporabili isto barvo za isti večkotnik.

Slika 9: Vzporedni premik in vrtež



Vir: osebni arhiv

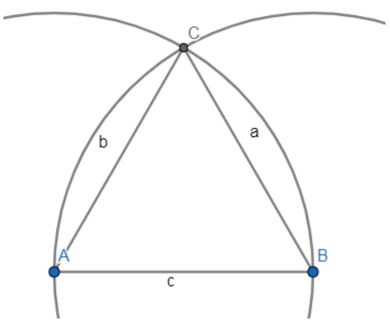
3. 1. 2 NAČRTOVANJE PRAVILNIH VEČKOTNIKOV

V sedmem razredu sva pri risanju mreže kubooktaedra ponovili načrtovanje enakostraničnega trikotnika in kvadrata.

3.1.2.1 Načrtovanje enakostraničnega trikotnika

Pri načrtovanju enakostraničnega trikotnika (slika 9) sva uporabili geotrikotnik in šestilo. Pomagali sva si s programom Geogebra. Za lažje razumevanje načrtovanja sva pustili narisan ves lok od oglišča do preseka.

Slika 10: Načrtovanje enakostraničnega trikotnika

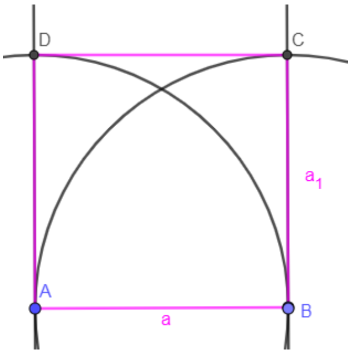


Vir: osebni arhiv

3.1.2.2 Načrtovanje kvadrata

Načrtovali sva ga podobno kot enakostranični trikotnik, le da sva v točkah A in B narisali pravokotnici in dolžino d(AB) s šestilom nanesli na obe pravokotnici. Nato sva dobljena oglišča povezali v kvadrat (slika 10).

Slika 11: Načrtovanje kvadrata

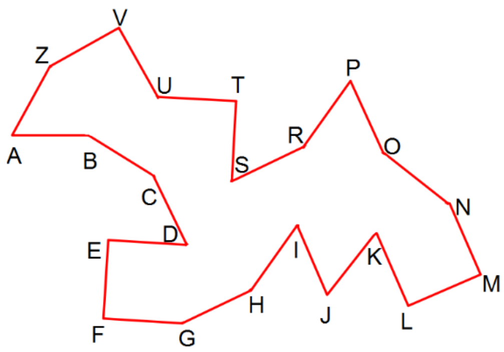


Vir : osebni arhiv

3. 1. 3 PLOŠČINA VEČKOTNIKA

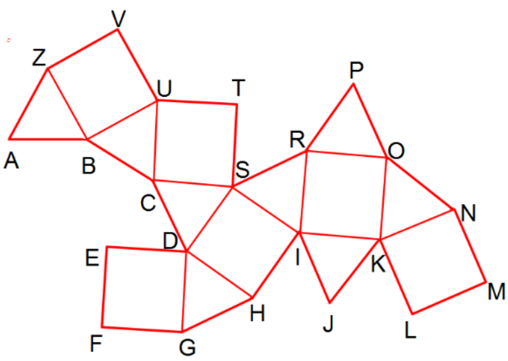
Iz mreže kubooktaedra sva zarisali 22-kotnik (slika 11), ki sva ga nato razdelili na trikotnike in kvadrate (slika 12).

Slika 12: 22-kotnik



Vir: osebni arhiv

Slika 13: Večkotnik razdeljen na pravilne trikotnike in kvadrate



Vir: osebni arhiv

Po razstavljanju telesa v mrežo sva najprej ponovili <u>ploščino kvadrata</u>, ki je enaka produktu dolžine s širino kvadrata. Dolžina kvadrata je enaka širini kvadrata (4).

$$p = a^2 \qquad (4)$$

Nadaljevali sva z računanjem ploščine <u>enakostraničnega trikotnika</u>, ki ima skladne vse stranice in višine.

Najprej sva poiskali ploščino poljubnega trikotnika in ga po spodaj zapisanem postopku preoblikovali v ploščino enakostraničnega trikotnika.

$$p = \frac{a \cdot v_a}{2} \qquad (5)$$

Višina enakostraničnega trikotnika razdeli le-tega na dva skladna pravokotna trikotnika. Hipotenuza pravokotnega trikotnika je stranica enakostraničnega trikotnika, kateti pa sta višina enakostraničnega trikotnika in polovica stranice enakostraničnega trikotnika. Za stranice pravokotnega trikotnika sva uporabili Pitagorov izrek (1).

$$v^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \qquad (6)$$

Ko sva to poenostavili, sva dobili, da je višina enakostraničnega trikotnika enaka:

$$v = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad (7)$$

Dobljeno enačbo sva vstavili v (5) in dobili:

$$p = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \qquad (8)$$

Ploščino večkotnika sva dobili tako, da sva sešteli ploščino šestih kvadratov in osmih enakostraničnih trikotnikov:

$$p = 6 \cdot a^2 + 8 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \qquad (9)$$

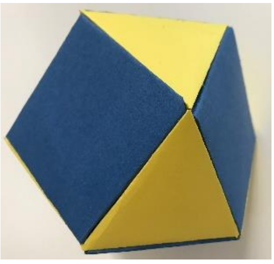
Po poenostavitvi enačbe (9) sva dobili:

$$p = 6 \cdot a^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot a^2 \qquad (10)$$

3. 1. 3 POVRŠINA TELESA

Ker je oblika mreže celotnega večkotnika sestavljena iz trikotnikov in kvadratov, je površina telesa enaka ploščini zgoraj obravnavanega večkotnika – glej enačbo (10). V zadnjem delu raziskovanja sva mrežo telesa izrezali iz papirja in sestavili v telo.

Slika 14: Kubooktaeder

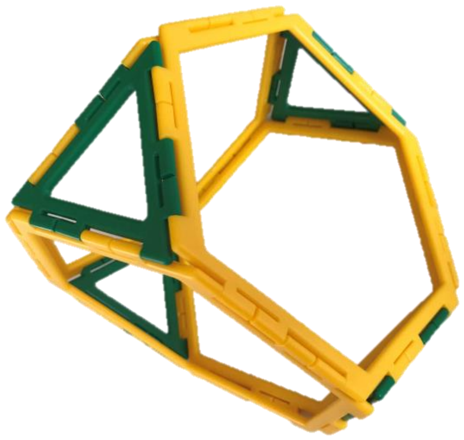


Vir: osebni arhiv

3. 2 PRISEKANI TETRAEDER

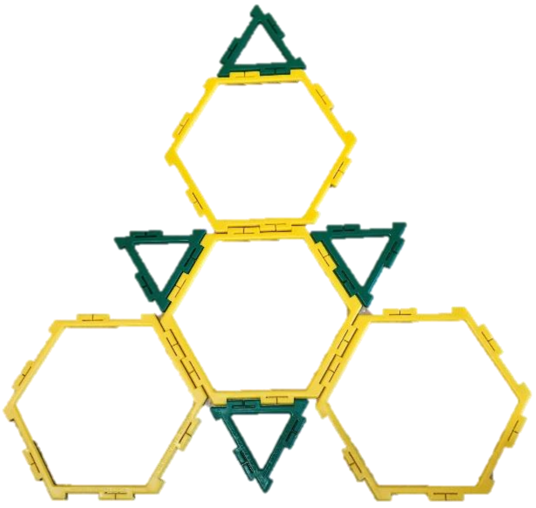
Kot drugo telo (slika 14) sva izbrali takšno, ki kvadrate zamenja s pravilnimi šestkotniki. S tem se dvigne težavnost računanja ploščine.

Slika 15: Prisekani tetraeder



Vir : osebni arhiv

Slika 16: Mreža prisekanega tetraedra

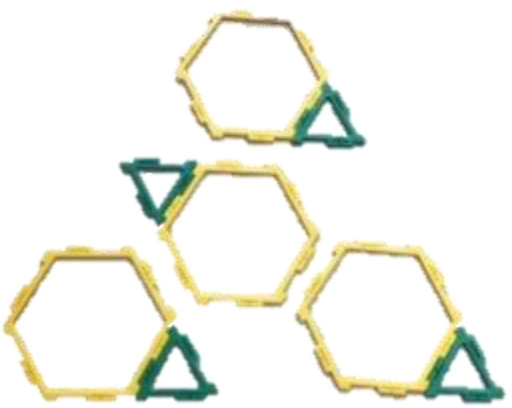


Vir : osebni arhiv

V mreži telesa (slika 15) sva najprej poiskali vzorce in jih razstavili tako, da sva jih lahko uporabili pri različnih preslikavah.

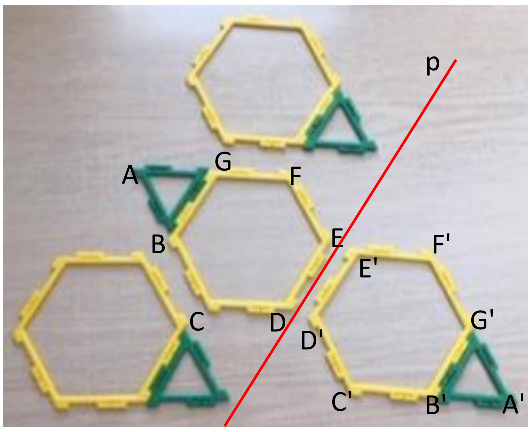
3. 2. 1 VZORČKI

Slika 17: Izbrani vzorec



Vir : osebni arhiv

Slika 18: Zrcaljenje čez premico



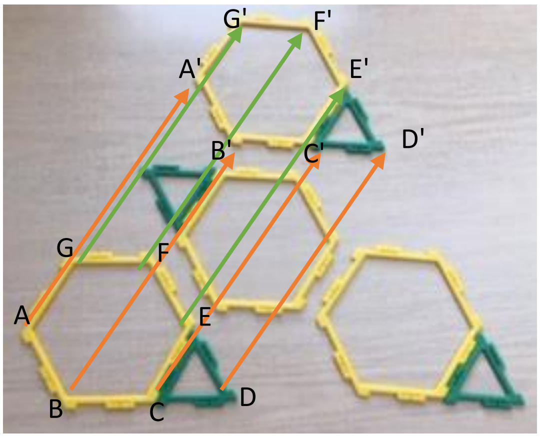
Vir : osebni arhiv

Notranji vzorec sva preko premice »*p*« prezrcalili v zunanji vzorec (slika 17). Pri zrcaljenju sva upoštevali, da se spojna mesta dotičnega kompleta ne zrcalijo.

Matematični zapis zrcaljenja: Zp: ABCDEFG → A'B'C'D'E'F'G'

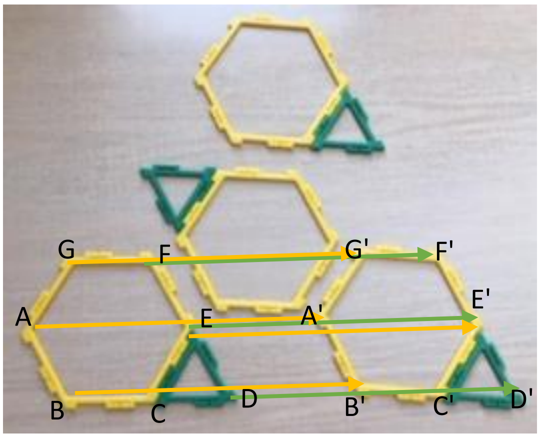
Na sliki 18 in 19 je dobro viden togi premik vzorca. Zunanji del prisekanega tetraedra.

Slika 19: Vzporedni premik navzgor



Vir: osebni arhiv

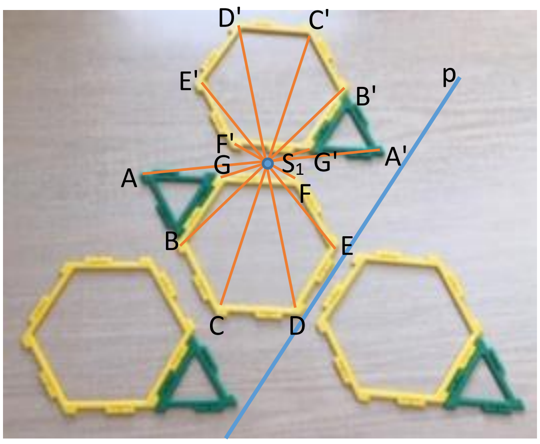
Slika 20: Vzporedni premik desno



Vir: osebni arhiv

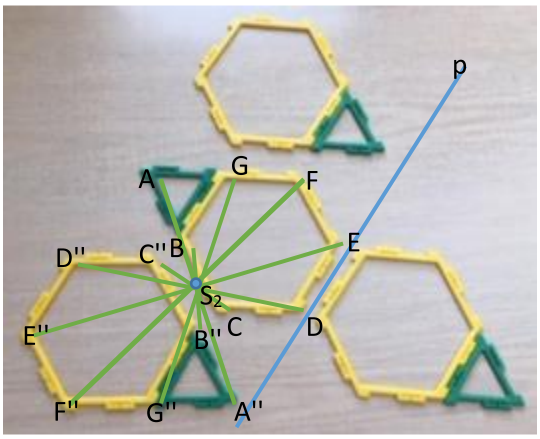
Isto mrežo telesa sva dobili tudi z drugimi preslikavami. Na sliki 20 in 21 sva prikazali zrcaljenje čez točko S_1: Z_s: ABCDEFG →A'B'C'D'E'F'G' in čez točko S_2: Z_s: ABCDEFG →A"B"C"D"E"F"G".

Slika 21: Zrcaljenje čez točko S_1



Vir: osebni arhiv

Slika 22: Zrcaljenje čez točko S_2

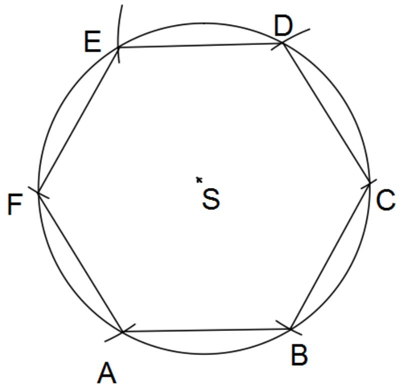


Vir: osebni arhiv

3. 2. 2 NAČRTOVANJE PRAVILNEGA ŠESTKOTNIKA

Pri tem telesu sva ponovili načrtovanje enakostraničnega pravilnega šestkotnika. Načrtovali sva ga tako, da sva najprej narisali krožnico s takšnim polmerom (slika 22), kot je dolžina ene stranice, nato pa z loki določili oglišča šestkotnika. Na koncu sva vsa oglišča povezali.

Slika 23: Načrtovanje pravilnega šestkotnika v Geogebri

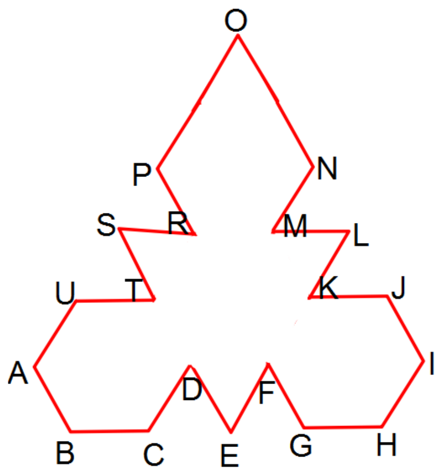


Vir: osebni arhiv

3. 2. 3 PLOŠČINA VEČKOTNIKOV

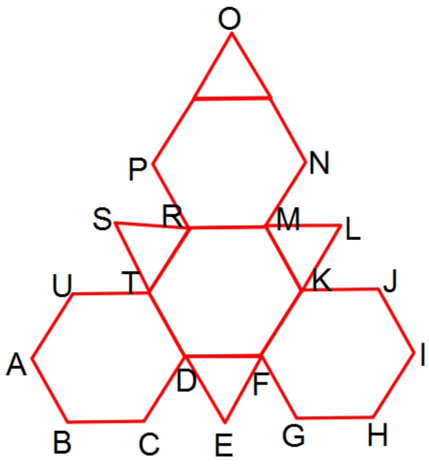
Mrežo, ki sva jo sestavili, sva narisali tako, da predstavljamo, kako izgleda 20-kotnik (slika 23). Nato pa sva ga ponovno razdelili v pravilne večkotnike (slika 24).

Slika 24: 20-kotnik



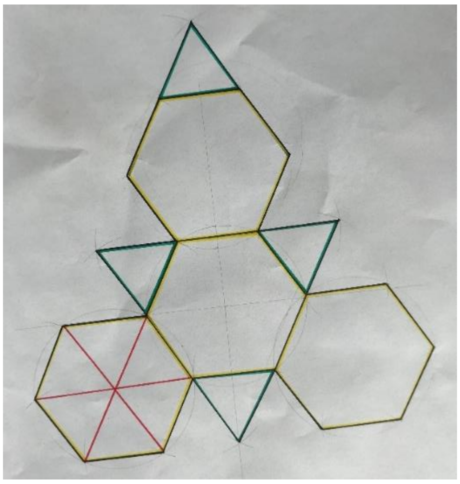
Vir: osebni arhiv

Slika 25: Večkotnik razdeljen na pravilne večkotnike



Vir: osebni arhiv

Slika 26: Določevanje ploščine pravilnega šestkotnika



Vir: osebni arhiv

<u>Pravilni šestkotnik</u> je sestavljen iz 6 enakostraničnih trikotnikov (slika 25). Njegovo ploščino sva izračunali tako, da sva izračunali najprej ploščino enega enakostraničnega trikotnika (8) in jo pomnožili s 6:

$$p = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \qquad (11),$$

kar sva poenostavili na:

$$p = 3 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \qquad (12).$$

Iz tega sva določili ploščino zgoraj narisanega večkotnika. Upoštevali sva, da imava 4 pravilne šestkotnike in 4 enakostranične trikotnike. Dobili sva:

$$p = 4 \cdot 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 4 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \qquad (13).$$

Ko sva enačbo (13) poenostavili, sva dobili:

$$p = 7a^2\sqrt{3} \qquad (14).$$

3. 2. 4 POVRŠINA TELESA

Enaka ugotovitev, kot pri prejšnjem telesu, velja tudi pri tem. Površina telesa je enaka ploščini zgoraj obravnavanega večkotnika – glej enačbo (14).

Mrežo sva načrtovali na šeleshamer in sestavili v telo (slika 26).

Slika 27: Prisekani tetraeder iz papirja

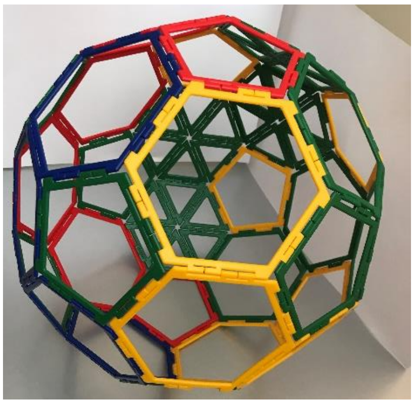
Vir: osebni arhiv

3. 3 PRISEKANI IKOZAEDER

Slika 28: Mreža prisekanega ikozaedra

Vir: osebni arhiv

Slika 29: Prisekani ikozaeder

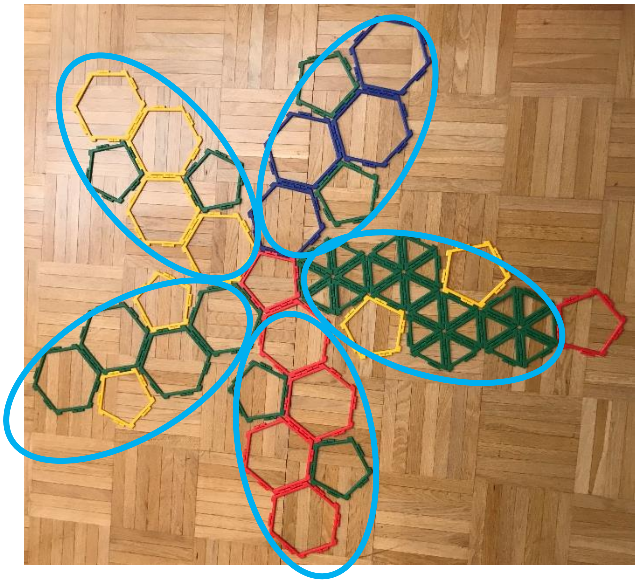


Vir: osebni arhiv

3. 4. 1 VZORČKI

Na sliki lahko vidimo, kako se vzorec v prisekanem ikozaedru (slika 29), sestavljen iz štirih šestkotnikov in dveh petkotnikov, vrti v smeri urinega kazalca za 72° (slika 28). Dva petkotnika, ki sta na sliki rdeča – eden je povezovalni del vrtečih se vzorcev okoli njegovega središča, drugi pa je v mreži prikazan kot dodatek k enemu od vzorcev, se ne vrtita, prav tako ju ni mogoče vključiti v preslikave.

Slika 30: Vrtež vzorca



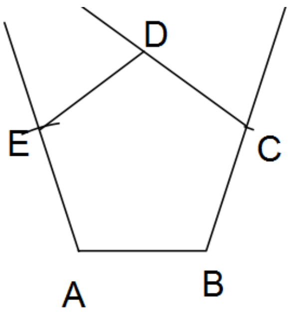
Vir: osebni arhiv

3. 4. 2 NAČRTOVANJE PRAVILNEGA PETKOTNIKA

Najprej sva narisali eno stranico in jo potem s šestilom nanašali na pripravljene krake kotov, ki sva jih odmerili (slika 30). Velikost enega notranjega kota sva izračunali tako, da sva enačbo (2) delili s 5 in dobili:

$$\alpha = \frac{(n-2)\cdot 180°}{5} = 108°.$$

Slika 31: Načrtovanje petkotnika



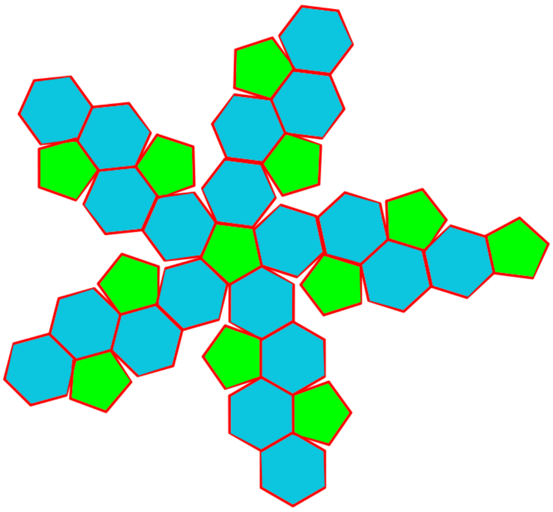
Vir: osebni arhiv

3. 4. 3 PLOŠČINA VEČKOTNIKOV

Ploščino petkotnika sva izračunali tako, da sva petkotnik razdelili na pet skladnih enakokrakih trikotnikov. Ploščino enakokrakega trikotnika sva izračunali tako, da sva v enačbo (5) vstavili podatke za višino enakokrakega trikotnika:

$$p = \frac{c\cdot\sqrt{a^2-\left(\frac{c}{2}\right)^2}}{2} \qquad (15).$$

Slika 32: Sestava prisekanega ikozaedra



Vir: osebni arhiv

Večkotnik je sestavljen iz 20 šestkotnikov in 12 petkotnikov (slika 31), kar sva upoštevali v spodnji enačbi:

$$p = 20 \cdot 3 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + 12 \cdot \frac{a \cdot \sqrt{c^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}}{2} \quad (16).$$

Ko sva enačbo (16) poenostavili, sva dobili:

$$p = 30 \cdot a^2\sqrt{3} + 6 \cdot a \cdot \sqrt{c^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} \quad (17).$$

3. 4. 4 POVRŠINA TELESA

Pri pripravi telesa (slika 32) sva pripravili petkotnike in šestkotnike, ki sva jih sestavili v prisekani ikozaeder (slika 33). Izračun površine je enak ploščini pravilnega večkotnika zgoraj – enačba (17).

Slika 33: Prisekani ikozaeder notranjost

Vir: osebni arhiv

Slika 34: Prisekani ikozaeder zunanjost

Vir: osebni arhiv

4 ZAKLJUČEK

Raziskovali sva arhimedska telesa in njihovo uporabo v tretjem triletju osnovne šole. Poiskali sva, kdo jih je poimenoval, opisal ter kako so sestavljena. Pregledali sva učni načrt geometrije za vse tri razrede in poiskali cilje, kjer lahko arhimedska telesa uporabimo.

Skozi pripravo raziskovalne naloge sva sproščeno uporabili že pridobljeno znanje in ga nadgradili tudi še z nepoznanim. Snov, ki jo spoznavamo v zadnjih treh razredih, sva povezali v celoto. Zato sva morali usvojiti še nepoznano snov (koren, večkotnik, Pitagorov izrek, ploščina večkotnika). Med raziskovanjem sva ugotovili, da je kubooktaeder telo, ki ga lahko v celoti uporabimo v sedmem razredu (preslikave, računanje površin telesa). Prisekani tetraeder in prisekani ikozaeder pa sta, zaradi večje zahtevnosti (večkotniki), primernejša za osmi oz. deveti razred.

LITERATURA IN VIRI

Arhimed. (b.d.). Pridobljeno s http://www.matematiki.si/arhimed/

Archimedes. (b.d.). Pridobljeno s https://geoffneilsen.wordpress.com/navigation/beginings/archimedes-c-287-c-212-bc/

Arhimedsko telo. (b.d.). Pridobljeno s http://www.wikiwand.com/sl/Arhimedsko_telo

Dr. Željko L., Verbinc A., Vatovec M., Štefančič M. (2017) Matematika 7: Ljubljana: Mladinska knjiga Založba, d. d.

Hriberšek A., Vatovec M., Bajramović N., Mendar U. (2018) Matematika 8: Ljubljana: Mladinska knjiga Založba, d. d.

Platonsko telo. (b.d.). Pridobljeno s https://sl.wikipedia.org/wiki/Platonsko_telo

Površina. (b.d.). Pridobljeno s https://sl.wikipedia.org/wiki/Povr%C5%A1ina

Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika. (2011). Pridobljeno s http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf

Verdnik, A. (2013). Pravilni poliedri. Pridobljeno s http://pefprints.pef.uni-lj.si/1971/1/pravilni_poliedri_andreja_verdnik.pdf